

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ HIỀN HẬU

**THUẬT TOÁN SONG SONG GIẢI BÀI TOÁN
CÂN BẰNG TRÊN TẬP ĐIỂM BẤT ĐỘNG**

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2020

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM
KHOA TOÁN

Lê Hiền Hậu
T26B.228

**THUẬT TOÁN SONG SONG GIẢI BÀI TOÁN
CÂN BẰNG TRÊN TẬP ĐIỂM BẤT ĐỘNG**

Chuyên ngành: Toán Giải Tích
Mã số: 8 46 01 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Cán bộ hướng dẫn khoa học
GS.TSKH. NGUYỄN XUÂN TẤN

THÁI NGUYÊN - 2020

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan Luận văn "**Thuật toán song song giải bài toán cân bằng trên tập điểm bất động**" là công trình nghiên cứu khoa học của riêng tôi dưới sự hướng dẫn trực tiếp của **GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn**.

Ngoài ra, trong luận văn tôi còn sử dụng một số kết quả, nhận xét của một số tác giả khác đều có chú thích và trích dẫn nguồn gốc. Trong quá trình nghiên cứu, tôi đã kế thừa thành quả khoa học của các nhà khoa học với sự trân trọng và biết ơn.

Nếu phát hiện bất kỳ sự gian lận nào tôi xin hoàn toàn chịu trách nhiệm về nội dung luận văn của mình.

Thái Nguyên, tháng năm 2020

Tác giả

Lê Hiền Hậu

Xác nhận
của khoa chuyên môn

Xác nhận
của người hướng dẫn

GS. TSKH Nguyễn Xuân Tấn

Lời cảm ơn

Trước khi trình bày nội dung chính của luận văn, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới **GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn** người đã tận tình hướng dẫn, dạy bảo để tôi hoàn thành tốt luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới toàn thể các thầy cô giáo trong khoa Toán , Đại học Sư phạm- Đại học Thái Nguyên đã dạy bảo, tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong suốt quá trình học tập tại khoa.

Nhân dịp này tôi cũng xin được gửi lời cảm ơn chân thành tới gia đình, bạn bè đã luôn bên tôi, cổ vũ, động viên, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn tốt nghiệp.

Thái Nguyên, tháng năm 2020

Tác giả

Lê Hiền Hậu

Danh mục các ký hiệu viết tắt

\mathbb{R}	Tập số thực.
\in	Thuộc của một phần tử đối với tập hợp.
$\forall x$	Mọi x .
\mathbb{R}^n	Không gian Euclid thực n -chiều.
\mathcal{H}	Không gian Hilbert thực.
$x^n \rightarrow x$	Dãy hội tụ mạnh tới x .
$x^n \rightharpoonup x$	Dãy hội tụ yếu tới x .
$\ x\ = \sqrt{\langle x, x \rangle}$	Chuẩn của vectơ x .
$\langle x, y \rangle$	Tích vô hướng của hai vectơ x và y .
(EP)	Bài toán cân bằng.
(SEP)	Tập nghiệm của bài toán cân bằng.
(DEP)	Bài toán cân bằng đối ngẫu
$(SDEP)$	Tập nghiệm của bài toán cân bằng đối ngẫu.
$d(., .)$	Khoảng cách giữa hai phần tử trong không gian Hilbert.
P_C	Ánh xạ chiếu lên một tập hợp C .
$N_C(x)$	Nón pháp tuyến của C tại x .
$dom f$	Miền hữu hiệu của hàm f .
$graf f$	Đồ thị của hàm f .
$epi f$	Trên đồ thị của hàm f .
$lev_{\leq \mu} f$	Tập mức dưới của f tại μ .
$\underline{\lim} a_k$	Giới hạn dưới của dãy $\{a_k\}$.
$\overline{\lim} a_k$	Giới hạn trên của dãy $\{a_k\}$.
$inf A$	Cận dưới lớn nhất của tập số thực A .

$\sup A$	Cận trên nhỏ nhất của tập số thực A.
$f'(x; y)$	Đạo hàm của hàm f tại x theo hướng y.
$\nabla f(x)$	Đạo hàm Fréchet của f tại x.
$\partial f(x)$	Dưới vi phân của hàm f tại x.
ι_C	Hàm chỉ của tập C.
$d_H(A, B)$	Khoảng cách Hausdorff giữa hai tập A và B.
$\min_{\mathcal{H}} f$	Giá trị cực tiểu của hàm f trên toàn không gian.
$\operatorname{argmin} f$	Tập các điểm cực tiểu của hàm f trên toàn không gian.
$\min_C f$	Giá trị cực tiểu của hàm f trên tập C.
$\operatorname{arg min}_C f$	Tập các điểm cực tiểu của hàm f trên tập C.
$\operatorname{Fix} T$	Tập điểm bất động của ánh xạ T.

Mục lục

Mở đầu	1
1 Lý do chọn đề tài	1
2 Mục đích nghiên cứu	2
3 Đối tượng và phạm vi nghiên cứu	2
4 Phương pháp nghiên cứu	3
5 Dự kiến kết quả nghiên cứu	3
Chương I: Kiến thức chuẩn bị	4
1.1 Các khái niệm cơ bản của giải tích lồi	4
1.1.1 Tập lồi	4
1.1.2 Tập đóng, tập đóng yếu, tập mở	6
1.1.3 Tập compact	7
1.2 Một số khái niệm về tính liên tục của hàm số trong không gian Hilbert	8
1.3 Dưới vi phân của hàm số	10
1.4 Tính đơn điệu của hàm số trong không gian Hilbert	11
Chương II: Thuật toán song song giải bài toán cân bằng trên tập điểm bất động	15
2.1 Bài toán cân bằng và sự tồn tại nghiệm	15
2.1.1 Giới thiệu bài toán	17
2.1.2 Sự tồn tại nghiệm	18
2.1.3 Một số bài toán liên quan	21
2.1.4 Một số thuật toán đã biết và tốc độ hội tụ cho bài toán cân bằng	23

2.2 Thuật toán song song giải bài toán cân bằng trên tập điểm bất động . . .	32
2.2.1 Thuật toán và sự hội tụ	32
2.2.2 Một số trường hợp riêng	37
Kết luận	43
Tài liệu tham khảo	44

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài.

Cho C là một tập khác rỗng, $f : C \times C \rightarrow \mathbb{R}$ là một hàm số thỏa mãn $f(x, x) = 0, \forall x \in C$ (được gọi là song hàm cân bằng).

Bài toán: Tìm $x^* \in C$ sao cho:

$$f(x^*, y) \geq 0, \forall y \in C, \quad (EP)$$

được gọi là bài toán cân bằng, x^* được gọi là nghiệm. Tập nghiệm của bài toán (EP) được kí hiệu là (SEP).

"*Cân bằng*" là thuật ngữ từ lâu đã được sử dụng rộng rãi trong cả thực tiễn và toán học dưới nhiều hình thức, quy mô khác nhau. *Bài toán cân bằng* đã được Nikaido và Isoda nêu ra từ năm 1955. Năm 1994, bài toán được Blum và Oettli phát biểu rất đơn giản như trên.

Trong lĩnh vực toán học, *bài toán cân bằng* bao hàm nhiều lớp bài toán liên quan như bài toán tối ưu, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm yên ngựa, bài toán điểm bất động, bài toán Nash,...

Bài toán cân bằng đặt ra vấn đề quan trọng cần giải quyết là tìm điều kiện để bài toán có nghiệm và xây dựng thuật toán tìm nghiệm của bài toán này. Khảo sát các điều kiện để bài toán có nghiệm, ta phải đặt các điều kiện lên tập hợp C hàm số f . Các thuật toán được biết hiện nay cơ bản dựa trên kĩ thuật tìm nghiệm của bài toán tối ưu, như thuật toán chiếu, thuật toán chiếu tăng cường, phương pháp đánh giá (hàm gap), hàm phạt, phương pháp hướng giảm, hoặc các kĩ thuật hiệu chỉnh như phương pháp

điểm gần kề hay lý thuyết hiệu chỉnh Tikhonow.

Một hướng tiếp cận cơ bản để giải (EP) được dựa trên kết quả : x^* là một nghiệm của bài toán cân bằng (EP) khi và chỉ khi nó là một nghiệm của bài toán tối ưu

$$\min \{f(x^*, y) : y \in C\},$$

hay là điểm bất động của ánh xạ đa trị

$$\phi(x) = \arg \min \{f(x, y) : y \in C\}.$$

Để tìm hiểu sâu sắc về bài toán này, tôi chọn đề tài luận văn cao học của mình về **thuật toán song song giải bài toán cân bằng trên tập điểm bất động**, dưới sự hướng dẫn nghiêm túc, tận tình của **GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn**, với hy vọng luận văn sẽ là một tổng quan tốt về phương pháp giải bài toán cân bằng trên tập điểm bất động chung của họ hữu hạn trên cơ sở của giải tích lồi, giải tích hàm, và những thuật toán đã có trong lý thuyết tối ưu. Nội dung của luận văn dựa trên một số thuật toán đã có và hai bài báo mới được công bố của Phung M. Duc, Le D. Muu “A splitting algorithm for a class of bilevel equilibrium problems involving nonexpansive mappings, Optimization, Vol 65(2016), pages 1855-1866” và bài báo của Phung M. Duc, Le D. Muu, Nguyen V. Quy: “Solution-existence and algorithms with their convergence rate for strongly pseudomonotone equilibrium problems” , Pacific Journal of Optimization, Vol 12 No.4, pages 833-845,2016.

2. Mục đích nghiên cứu

Mục đích mà đề tài đặt ra là tìm điều kiện để bài toán có nghiệm và nghiên cứu thuật toán song song giải bài toán cân bằng trên tập điểm bất động chung của một họ hữu hạn ánh xạ không giãn (bài toán cân bằng cấp 2).

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu

Với các mục đích đặt ra như trên, trong luận văn này chúng tôi xét điều kiện đủ để bài toán cân bằng có nghiệm, giới thiệu một số thuật toán đã biết và trình bày thuật